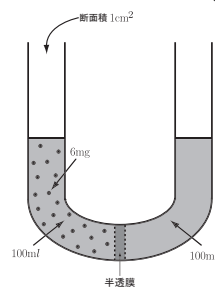


問1：炭素、水素、酸素のみからなる非電解質がある。これについて元素分析したところ、その組成比は、C=40.0%、H=6.6%、O=53.4%（質量%）であった。この物質6.0mgを純水に溶解して100mlとし、左右対称のU字管（この管の断面積は1平方センチメートルで中央部は半透膜でせきられ、上部は開いている。）の左側にこの溶液をすべて入れ、右側には純水を同量入れた。その後、27℃で放置したところ、左右の液面には8cmの差が生じた。水銀の比重を13.5として以下の問いに答えよ。



1. 液面差が8cm生じたときの左側の溶液の濃度 [g/l] を有効数字2桁で求めよ。
2. この非電解質の組成式および分子式を求めよ。

まずは元素分析ですね。これは有機化学の超基本です。これが出来ないと有機化学の問題は解けません。しっかりと理解しましょう。すでに組成比が%表記されていますので、勝手に C:H:O=40:6.6:53.4 のように表してそれを物質質量比  $n_C : n_H : n_O = \frac{40}{12} : \frac{6.6}{1} : \frac{53.4}{16}$  とすると

$$n_C : n_H : n_O = \frac{40}{12} : \frac{6.6}{1} : \frac{53.4}{16} \approx 1 : 2 : 1 \quad (1)$$

となります。したがってこの物質の組成式は  $\text{CH}_2\text{O}$  となります。

さて、次に浸透圧を用いた分子量決定に移りたいのですが、その前に圧力について少々理解をしていただきたいと思います。実際化学では圧力に対する厳密な説明はありませんが、単純明快ですし、明らかに知ってもらっていたほうが圧力系の問題を解きやすくなるので簡単に説明いたします。図1に示すように、力 [N]（知らないかもしれませんが、力の単位はこういうものだと思っておいてください）が働く領域が断面積  $S[\text{m}^2]$  だとします。そうすると、圧力  $P[\text{Pa}]$  は

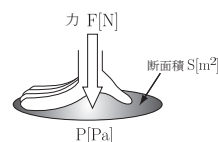


図1：圧力の意味

$$P = \frac{F}{S} \quad (2)$$

$$[\text{Pa}] = \left[ \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \right]$$

つまり圧力は式2のように表され、断面積あたりの力、すなわち  $1[\text{m}^2]$  あたりどれくらいの力がかかっているかを表しています。力の密度のようなものですね。また比重についても説明しておきます。比重と密度とは、厳密には異なるものです。密度は  $\text{密度} = \frac{\text{質量}}{\text{体積}}$  で定義されていますので、化学において多くは  $[\text{g}/\text{ml}]$ （または  $[\text{g}/\text{cm}^3]$ ）で表されます。比重は何か基準の密度に対して、対象の密度がどれくらいかという比で表します。普通、水の密度 ( $1[\text{g}/\text{ml}]$ ) を基準にしますので水銀の密度を  $13.5[\text{g}/\text{ml}]$  とすると水銀の比重は

$$\frac{d_{\text{Hg}}}{d_{\text{H}_2\text{O}}} = \frac{13.5}{1} = 13.5 \quad (3)$$

となります。つまり、比重は  $\frac{\text{密度}}{\text{密度}}$  ですので、単位はありません。しかし前述のように普通は水 ( $1[\text{g}/\text{ml}]$ ) を基準にしていますので比重に  $[\text{g}/\text{ml}]$  の単位を付けてあげるだけで、密度を表すようになります。そこで問題文に「水銀の比重を13.5として」とあるので、水銀の密度は  $13.5[\text{g}/\text{ml}]$  ( $= 13.5[\text{g}/\text{cm}^3]$ ) であることがわかります。

大気圧が  $760[\text{mmHg}]$  で表されることは大丈夫でしょうか？図2を見てください。

図2の左上の図で水銀の中に沈めた試験管があります。この試験管を水銀の中から図のように引き上げますと、大気圧が  $1013[\text{hPa}]$  のとき、水銀面から  $760\text{mm}$  あがったところでそれ以上は試験管内に水銀が上がってこなくなります。これは大気圧が水銀面を押している圧力と持ち上がった水銀による下向きの圧力が釣りあってしまったからです。

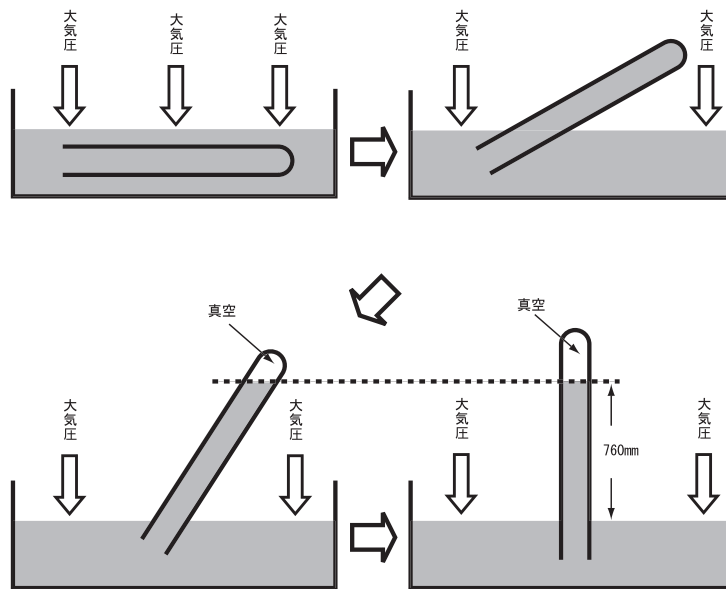


図 2: トリチェリの真空

そこで、図 3 を用いてその圧力のつりあいについてもう少し深く理解していきましょう。大気圧は水銀面に図 3 のように下向きに 1013[hPa] だけかかっています。と同時に、同じ高さの水銀面裏側から上向きにも 1013[hPa] の圧力がかかっています。そのため水銀面が上下に移動したりすることがないので（下方向のみに力がかかっていたら、下方へ水銀面が運動してしまいます）。つまり、立ち上がった水銀面にも下から図 3 のように 1013[hPa] の圧力がかかっているわけです。その圧力と等しい圧力を水銀柱から生じられると、圧力がつり合ってしまう、これ以上は水銀柱は上方向に伸びることはなくなるわけですね。そこでその水銀柱により生じる圧力を求めたいと思います。

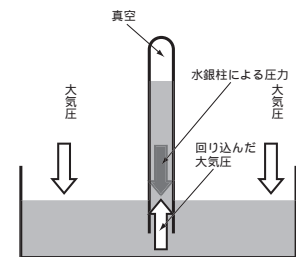


図 3: 圧力のつり合い

ここで水銀の密度 13.5[g/ml] (=13.5[g/cm<sup>3</sup>]) の登場です。ちょっと物理のお話になってしまいますが、物体の重力  $F$  は質量 [kg] × 重力加速度 [m/s<sup>2</sup>] で求まります。

$$F = ma \quad (4)$$

$$[\text{N}] = [\text{kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2]$$

そういうものだと思ってください。そこで、まず水銀柱の質量を求めましょう。高さは 760[mm] ですから、試験管の断面積を  $S[\text{m}^2]$  とすると水銀柱の体積  $V[\text{m}^3]$  は  $V = 760 \times 10^{-3} \times S[\text{m}^3]$ 、密度  $d_{\text{Hg}} = 13.5[\text{g}/\text{cm}^3] = 13.5[10^{-3}\text{kg}/(10^{-2}\text{m})^3] = 13.5 \times 10^3[\text{kg}/\text{m}^3]$  であるから質量  $m[\text{kg}]$  は

$$m = V \times d_{\text{Hg}}$$

$$= 760S \times 10^{-3} \times 13.5 \times 10^3$$

$$= 13.5 \times 760S[\text{kg}] \quad (5)$$

したがってその質量  $m[\text{kg}]$  の水銀にはたらく重力  $F$  は重力加速度  $g[\text{m}/\text{s}^2]$  を用いて

$$mg = 13.5 \times 760S \times g[\text{N}] \quad (6)$$

と表されます。式 2 から、これを断面積  $S[\text{m}^2]$  で割ったものが水銀柱による圧力ですね。これが 1013[hPa]

と等しいのです。

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{F}{S} \\
 &= \frac{mg}{S} \\
 &= \frac{13.5 \times 760 S g}{S} \\
 &= 13.5 \times 760 g = 1.013 \times 10^5 [\text{Pa}]
 \end{aligned} \tag{7}$$

では水銀柱ではなく水だったら、どれくらいの高さになったら大気圧とつり合うのでしょうか？それを求めると恐らく化学で公式として覚えさせられている圧力の式がなぜそういう形になるのかが解ります。ではもう少し頑張りましょう。

図4を用いて大気圧 1013[hPa] とつり合う水の高さを求めてみましょう。水の密度は  $1[\text{g}/\text{cm}^3]$  なので、式6と同様に

$$mg = h_{\text{H}_2\text{O}} \times S \times g [\text{N}] \tag{8}$$

よって水による圧力は

$$\begin{aligned}
 P &= \frac{F}{S} \\
 &= \frac{mg}{S} \\
 &= \frac{h_{\text{H}_2\text{O}} \times S g}{S} \\
 &= h_{\text{H}_2\text{O}} \times g = 1.013 \times 10^5 [\text{Pa}]
 \end{aligned} \tag{9}$$

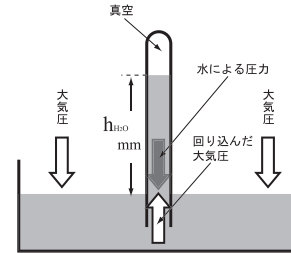


図4: 圧力のつり合い

式7と式9はともに大気圧 1013[hPa] と同じですね。そこで式7と式9より

$$\begin{aligned}
 13.5 \times 760 g &= h_{\text{H}_2\text{O}} \times g \\
 h_{\text{H}_2\text{O}} &= 760 \times 13.5 [\text{mm}]
 \end{aligned} \tag{10}$$

つまり、1013[hPa] とつり合う水の高さ  $h_{\text{H}_2\text{O}}$  は、大気圧とつり合う水銀柱の高さ 760[mm] に水銀の密度 13.5[g/ml] をかけたものとなります。

ようやく大気圧 1013[hPa] とつり合う水の高さ  $h_{\text{H}_2\text{O}}$  がわかりました。では問題を解いていきましょう。図5を見てください。

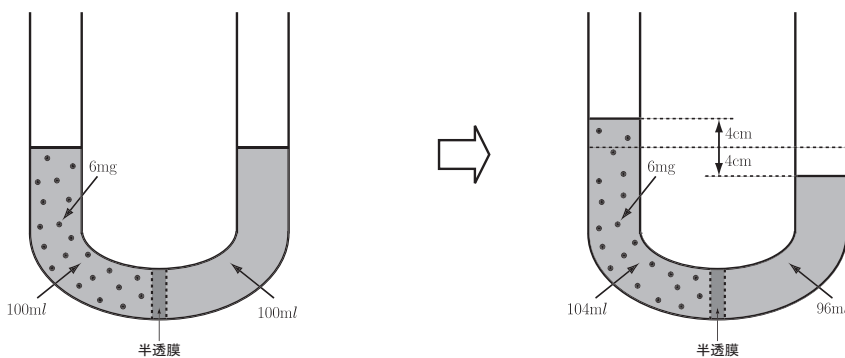


図5: U字管の状態遷移

左側に今回の物質 6mg を入れて溶液全体で 100ml にした溶液を入れ、右には純水を 100ml 入れます。そうすると浸透圧により純水は溶液側へ拡散し、やがて溶液の高さの差が 8[cm] になりました。ここで注意してほしいのは、溶液差が 8[cm] になったのであって、決して純水が 8[cm] 分だけ拡散してきたわけではないことです。もともとの純水の高さから 4[cm] だけ下がると、溶液側は 4[cm] だけ上がるので、液面差は 8[cm] になります。つまり、溶液側へ拡散してきた水の体積  $V[\text{ml}]$  は U 字管の断面積が  $1[\text{cm}^2]$  であることを考慮して

$$V = 4 \times 1 = 4[\text{cm}^3] = 4[\text{ml}] \quad (11)$$

となります。つまり、溶液側は全体積が 104[ml] になってますね。したがって、「液面差が 8[cm] 生じたときの左側の溶液の濃度 [g/l]」は以下ようになります。

$$d = \frac{6 \times 10^{-3}}{104 \times 10^{-3}} = \frac{6}{104} = 5.8 \times 10^{-2}[\text{g/l}] \quad (12)$$

さて、問 1 の 2 です。図 5 の右の図のときの圧力の様子を図示した図 6 を見てください。それぞれの液面に大気圧がかかっています。そして液面差の部分にその液面差による圧力が、さらに半透膜には純水を引き抜こうとする浸透圧がかかっています。最後に同じ高さの分の純水と溶液から圧力が生じています。(この同じ高さの分の圧力は本当は溶液と純水の密度が異なるため等しくはならないはずですが、大学受験レベルではこの微妙な密度差による圧力の違いは生じないとしています。)

これらの圧力が左右等しくなることでつり合っているのです。ではよく見てください。大気圧は等しいですね。もちろん同じ高さ分の圧力も等しいですね。だから、等式は

$$\text{液面差による圧力} = \text{浸透圧} \quad (13)$$

となります。さて、液面差による圧力から求めていきましょう。今液面差は 8[cm] です。左の溶液の密度は上述しましたように水の密度と同じと思ってもらってかまいません。もしだめならそのように注意書きが必ずあります。そこで、8[cm] による圧力が何 [Pa] なのかを知りたいのですが、どうすればよいでしょう？さっき求めましたね。大気圧 1013[hPa] とつり合う水の高さは  $h_{\text{H}_2\text{O}} = 760 \times 13.5[\text{mm}]$  でした。では今の 8[cm] の高さによる圧力  $\Delta P[\text{Pa}]$  はどれだけかといいますと、もし  $760 \times 13.5[\text{mm}]$  だったら圧力は  $1.013 \times 10^5[\text{Pa}]$  なので、 $760 \times 13.5[\text{mm}]$  に対する 8[cm] の割合をだして、大気圧  $1.013 \times 10^5[\text{Pa}]$  をかければよいですね。

$$\Delta P = \frac{80}{760 \times 13.5} \times 1.013 \times 10^5[\text{Pa}] \quad (14)$$

さてこれだけ求めても仕方ありません。では浸透圧の方も求めてみましょう。求め方は...、ファントホッフの式からです。

$$\Pi V = nRT \quad (15)$$

水溶液の体積は  $104 \times 10^{-3}[\text{l}]$ 、今求めたい物質の分子量を  $M$  としてモル数は  $\frac{6 \times 10^{-3}}{M}[\text{mol}]$ 、気体定数は  $8.31 \times 10^3[\text{Pa} \cdot \text{l} / (\text{mol} \cdot \text{K})]$ 、さらに温度は 27 なので

$$\begin{aligned} \Pi &= \frac{nRT}{V} \\ &= \frac{6 \times 10^{-3}}{104 \times 10^{-3}} \times 8.31 \times 10^3 \times 300 \end{aligned} \quad (16)$$

ここまでくればわかりますよね。式 14 と式 16 より

$$\frac{80}{760 \times 13.5} \times 1.013 \times 10^5 = \frac{6 \times 10^{-3}}{104 \times 10^{-3}} \times 8.31 \times 10^3 \times 300 \quad (17)$$

したがって  $M = 182$  と求まりました。さて、求めたい物質の組成式は  $\text{CH}_2\text{O}$  でしたから式量は 30 です。さあ分子式を求めてみましょう。 $(\text{CH}_2\text{O})_N$  の分子量は 182 ですから

$$\begin{aligned} 30 \times N &= 182 \\ N &= 6 \end{aligned} \quad (18)$$

ゆえに、求める物質の分子量は  $\text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6$  の単糖類のいずれかということになりました。

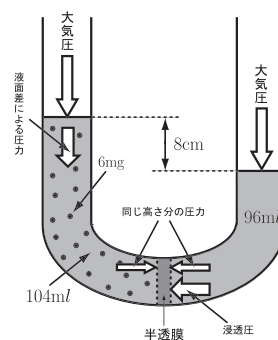


図 6: 圧力のつり合い