目 次

2.14 力の種類

力に関する事項については「作用・反作用の法則」や「見える力」、「力のつり合いの概念」「外力と内力」などを説明して参りました。そしてそろそろ高校物理で学ぶ力の概念がうっすらと形を作り始めてきている頃だと…期待します（^^）

ですからこの辺で残っている「力の種類」に関して考えていきましょう。

2.14.1 バネが発揮する力

まずはバネが発揮する力です。経験的に何となく分かるんですよね、この力は。しかし当然そんな feeling で乗り切ってもらっては困ります。それは問題が解けなくなるからです。やはりこのバネが発揮する力にも軸の概念は付きまといます。軸の概念が必要ないのは「力の大きさ」を聞かれたときだけです。ですからしっかりと理解しておきましょう。しかしまずはイメージから…。

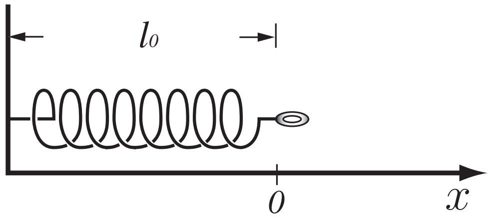

図 1: 自然長のバネ

図 1 は何も力を加えない状態のバネです。このときのバネの長さを「自然長」と呼びます。何も力を加えない自然なときの長さのことですね。

このバネを引いてもらいましょう！

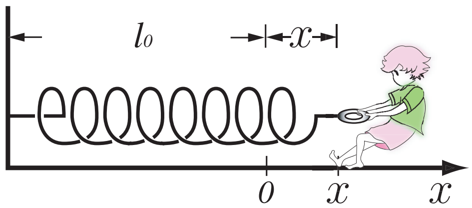

図 2: バネを引く

ちょっと伸びましたね。図 2 の状態のバネの伸びを x[m] と言います。決して $l_0 + x$[m] でないことに注意してください。 この状態のとき、一体バネはどのような力を出しているのでしょうか？(今回はバネが受けている力ではないですよ？バネが出している力を探してみましょう！)

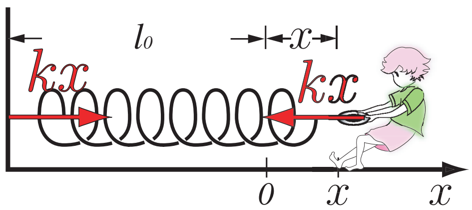

図 3: バネが出す力

もとの自然長からちょっとだけ引いたら、バネからちょっとだけ戻る方向に力が働きそうですね。思いっきり引っ張ったら、バネからとても大きな戻ろうとする力を受けるだろうという感覚はきっとあると思います。それを実験し式にしますと何とバネは自分の自然長からの伸び x[m] に比例した力

$$F = kx \tag{1}$$

を、両端から内側向きに発揮するということがわかるわけです。もちろんこれはバネが発揮している力です。当然バネ自身には見えません。図 3 の向かって右側の kx[N] は少女にしか見えませんし、左側の kx[N] は壁にしか見えません。ここで x は長さで表しています。

今 kx[N] と言っている力は方向を気にせず大きさのみで取り扱っています。もう少し後で方向まで気にした定義の仕方に変えますので、今は大きさのみのイメージを頭に焼き付けてください。

今度はバネを押してみましょう。図 4 における少年はバネを x 軸負方向へ押しています。その結果バネは自然長から距離 x[m] だけ縮んでいます。したがって、この状態をバネの縮みが x[m] であると表します。

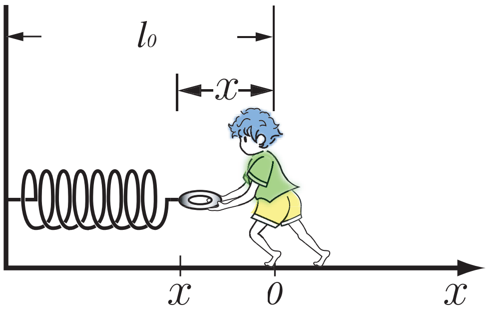

図 4: バネを押して縮める

さて、バネは縮むと伸びる方向へ力を発生させます。つまり図 5 のようになります。

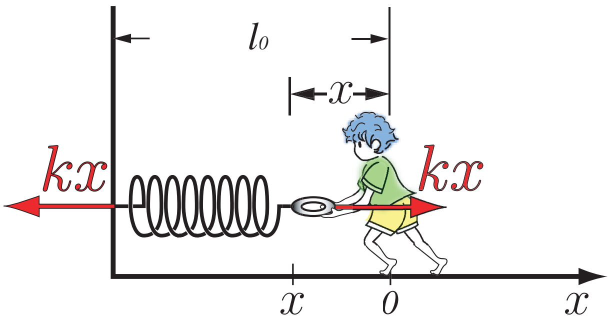

図 5: バネが出す力

この場合も、バネが伸びたときと同じようにバネが発する（少年を押す）力の大きさは

$$F = kx \tag{2}$$

となります。この x はここでは長さで表しています。(当然今回の力もバネには見えません。自分が出す力ですからね。この力が見えるのは少年と壁になります。)

まとめますと、バネは自然長に戻るように力を発揮し（復元力)、その力の大きさは kx[N] となります。

では今度は力の大きさではなく、ベクトル量として方向も意識しながら、バネがバネを引いたり押したりする物体（図では兄妹）にどのような力を与えるのかを考えてみましょう。（壁にかかる力は考えませんのでご注意を。）

まずは引くパターンからです。少女から引かれてしまうと、バネは距離 x[m] だけ伸びてしまいます。当然バネの自然長の位置を $x = 0$[m] とすると現在のバネの先端の位置は $x = x$[m] となります。

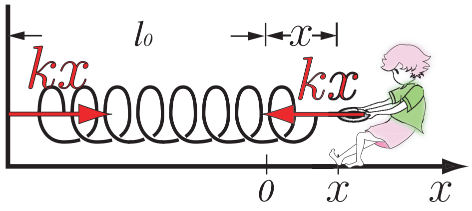

図 6: バネを引く

そうすると、少女には次のような力がかかります。

$$F = -kx \tag{3}$$

まずはこの x の表す意味が、式 (1) の x とは全く違うことを意識してください。式 (1) の x は、どれだけ伸びたかという長さを表します。それに対して、式 (3) の x は、軸に書いてある位置 x を表します。同じ x ですが、長さ（スカラー量）として見るか、原点からの位置（ベクトル量）として見るかによって全く意味が異なりますので、注意が必要です。

式 (3) の右辺は定数（スカラー量）のバネ定数 k とベクトル量である x の積で表されています。スカラー量はその場で何倍かという意味合いを持ちますので、結局ベクトル量が存在している以上、それらの積は方向と大きさの 2 つの値を持ちます。右辺がそのようなベクトル量を表すので、当然左辺もベクトル量になります。つまり、「右辺がベクトルを表すなら、当然左辺もベクトル量となる」というとてもイメージしやすい当たり前のことですね。

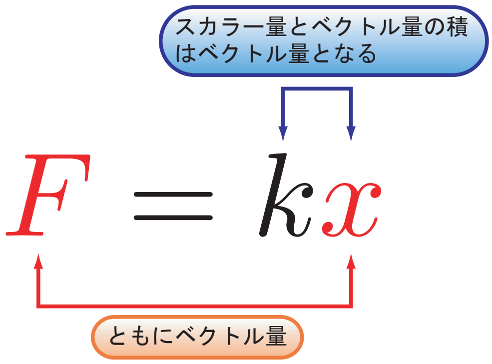

図 7: 式の意味

ところで、式 (3) の $-$ はもちろん大丈夫ですよね。軸は向かって右方向へ向いてます。しかし少女に働くバネによる力は左方向（x 軸負方向）を向いていますので、式 (3) のように「軸と逆方向だよ！」という意味で「$-$」を付けるのです。

バネを押し込む少年の場合はどうでしょう？

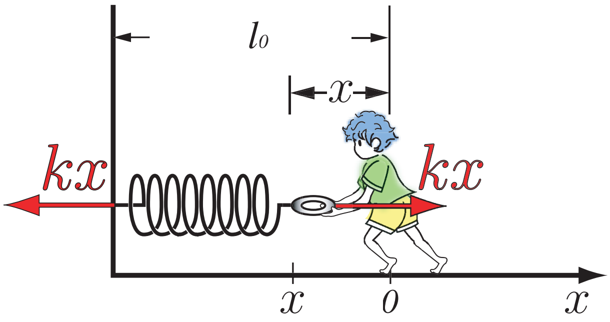

図 8: バネを押す

バネは押されると元に戻りたがって少年を x 軸方向へ押します。ですから

$$F = -kx \tag{4}$$

となります。…!!?…アレ？間違ってまた「−」を付けてるよ？と思った方がいらっしゃいますか？…まぁ確かに最初はそう思いますね。しかし、よく見てみてください。x 軸の原点 O はどこに設定してあるでしょうか？

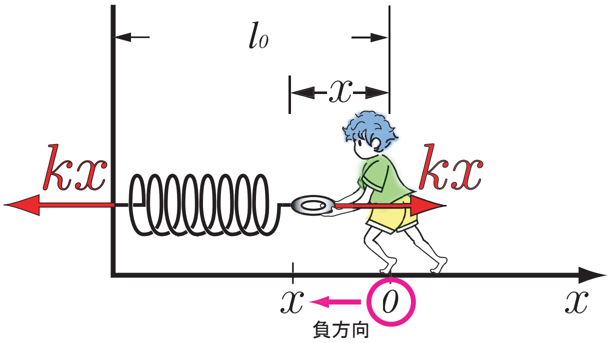

図 9: 軸の 0 に注目

バネの自然長のところですよね。ということは今回は押し縮められていますので、x の値は負（例えば -0.3[m]）になります。ですからそのまま

$$F = kx \tag{5}$$

としてしまうと、x が負（-0.3[m]）ですから F が負（$-0.3k$[N]）となってしまいます。そうするともちろん軸向きが正ですから、少年にかかるバネからの力は軸の負方向に向いていることになってしまいます。明らかに変ですね。

ですから、x が負となっても $-kx$ としておけば全体で正となりますから、これで実際に私達がイメージするバネの力の方向と一致しました。結局バネは伸びようとも縮もうとも

$$F = -kx \tag{6}$$

と表されるわけです。これはバネが出す力の式 (6) 中の x が軸上の点（基準点 0 からみた軸方向を正とするベクトル量）を表すことに起因します。しっかりと意識してください。

2.14.2　バネの伸び縮みの構造

バネについてもう少し詳しく見てみましょう。バネは一体どのように力を発生させているのでしょうか？

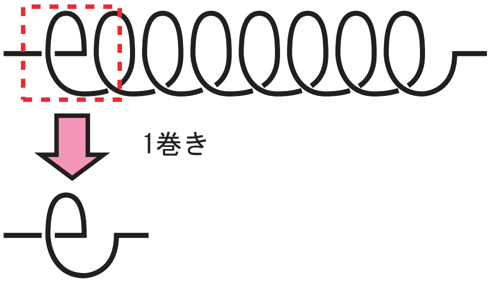

図 10: バネの基本単位

バネは実は図 10 のような 1 巻きを基本としてそれぞれが同じ力を受けて、それぞれが同じだけ変化することによりトータルでの変位を示しています。などと言葉で言われても何が何やら…でしょうから、図を用いて説明しますね。

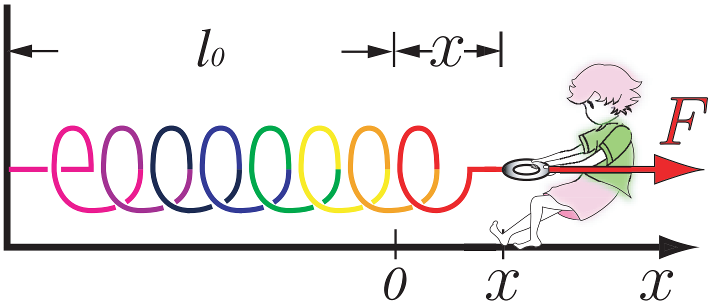

図 11: バネを伸ばす

伸びる方を例にとって考えてみましょう。まず前提条件としてバネをそれぞれの 1 巻きずつに分割して考えます。今少女が力 F[N] で引いています。その状態で静止していて…つまり力がつり合っていると考えてください。そうしますと当然最初の 1 巻きには次の図 12 のような状態で力が働いているはずです。

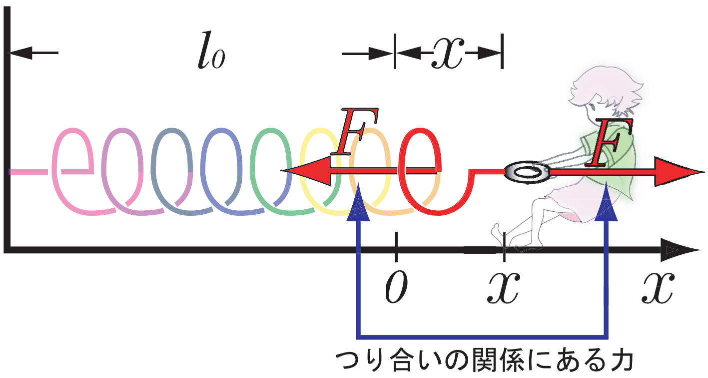

図 12: 手元の 1 巻きにかかる力

力がつり合っているという条件からこのような図が想像できるでしょうか？さて、力とは決して一方のみに働くものではありませんでしたね。必ず作用・反作用の力として、ペアが存在します。ではその少女の手元における作用・反作用の関係にある力を図示してみましょう。

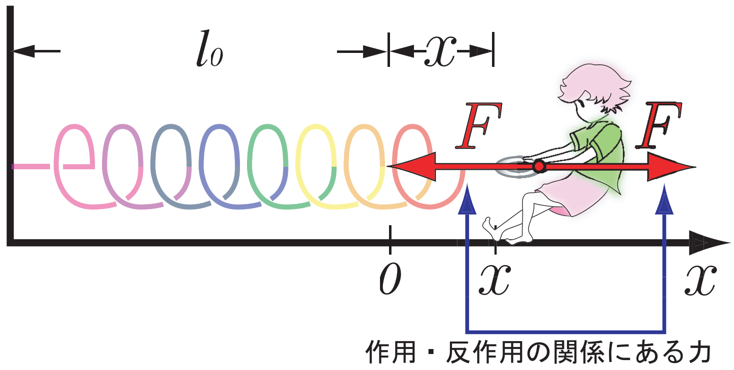

図 13: 少女の手元に働くバネからの力

復習になりますが、「作用・反作用の力」は（重力等以外は）一点において互いに逆方向へ発生し、一方の物体にのみ注目すると一度に両方の力を見ることは出来ません（図 13 で発生している右向きの力は少女から見ることは出来ないということ）。しかし「つり合いの力」は一点から発生するとは限らず、物体上であればどの点に働いても構わず、またその力は作用している物体から全て見ることが出来ます（図 12 において力が働いているバネから見ると、両端に働くこれらの力はどちらも見えるということ）。このことは絶対に理解して置いてください！

ですから、1 巻きバネの右のリングに注目したら、もちろん少女に働くバネからの力は図 14 のようになります。

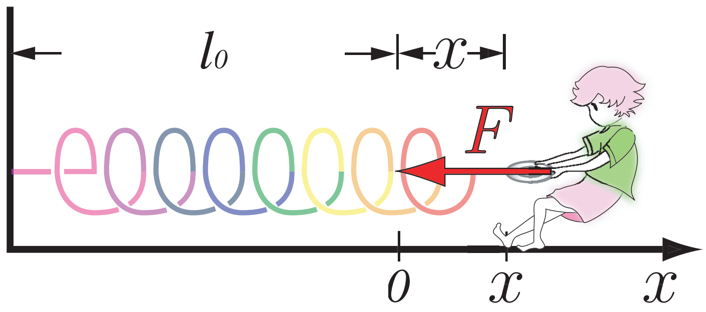

図 14: 少女に働くバネからの力

そうしますと図 15 のピンクの〇の力にもペアの片割れがいるはずです。

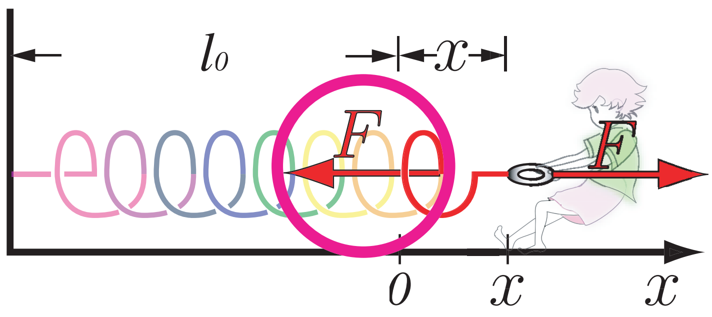

図 15: 1 巻きのバネの左側に働く力

それが

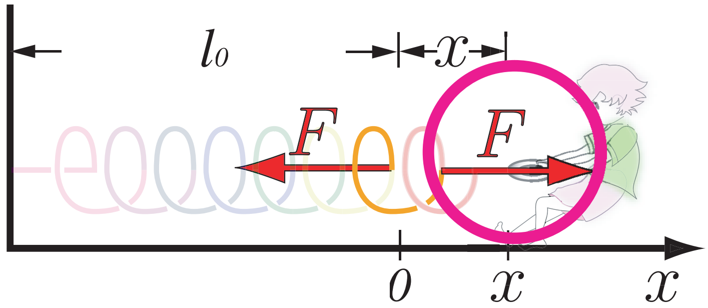

図 16: 2 つ目のバネが発揮する力

となります。つまりもう 1 つ左の 1 巻きのバネの右側に働く力が、最初の 1 巻きのバネの左に働く力と作用・反作用の関係にあるわけです。

当然この 1 巻きのバネも静止していますから、バネの両端に働く力はつり合いの関係にある力ですね。ということは図 16 のようにその左側にはまた左向きに力が働いているはずです。そしてまた左側の力のペアが…と続きまして、結局一番端のバネが発揮する力も図 17 のように示すことができます。

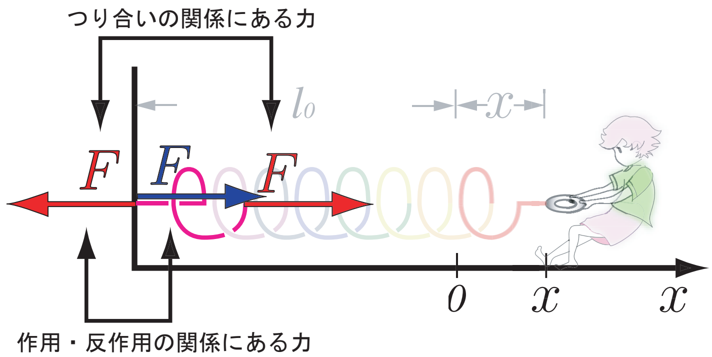

図 17: 一番左の 1 巻きバネにかかる力

この一番端の 1 巻きのバネにおいて左端の左向きの力は、バネが壁から引かれる力ですね。当然逆に壁もバネから引かれています。それも一緒に図 17 に示していますが、あえて色を変えてあります。青の矢印は壁が引かれる力です。

ではここでもう一度 1 つの 1 巻きのバネに注目してみましょう。今までの図のそれぞれの 1 巻きバネは等しく同じ状態になっていました。図 18 のような状態です。

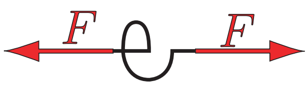

図 18: 1 巻きのバネが発揮する力

もとの 1 巻きの長さが a[m] で、この力 F[N] が両端にかかった状態でバネは Δx[m] だけ伸びると考えてみましょう。

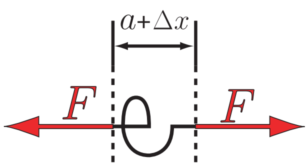

図 19: 1 巻きのバネの伸び

そうしますと、当然バネの 1 巻き 1 巻きがそれぞれ Δx[m] だけ伸びるわけですから、トータルで…巻き数が N だとすると $N\Delta x$[m] だけ伸びるわけです。これを今までは「バネの伸びが x[m]」と表していたわけです。(図 20 ではバネの伸び Δx しか表していません。$a+\Delta x$ と書くとごちゃごちゃしちゃいますから…。)

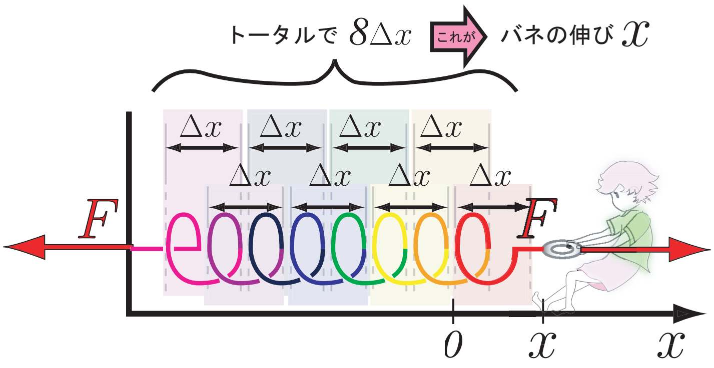

図 20: トータルのバネの伸び

もちろん縮む場合の話もこれと同じです。折角ですからご自分で考えてみてください。

さてイメージの下準備が整いました。何故こんなことを説明してるの?と思った方も多かったでしょうが、これが分からないとバネの合成のお話ができないんです。ではいきますよ!

2.14.3　バネの直列接続

まずは直列接続と並列接続のイメージからお話しましょう。私の観点からいくと

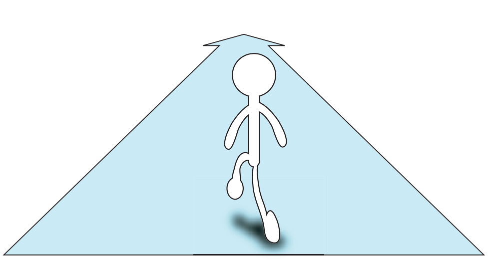

図 21: 直列のイメージ

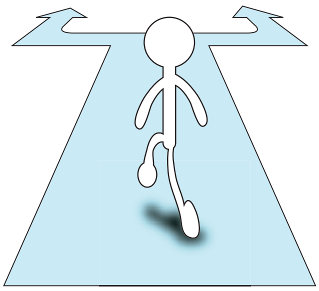

図 22: 並列のイメージ

直列とは図 21 のように、回路(道)に沿って進んでいくと、ずっとまっすぐに進めるタイプの接続で、並列とは図 22 のように途中で二股に分かれていてどちらに行くか悩むタイプの接続になります。このイメージの利用に関してましては、また電気の回路に関する説明をするときにご説明いたします。(いつになることやら…)

バネ定数が k_1[N/m] のバネ 1 と k_2[N/m] のバネ 2 とを直列接続してみます。そうすると図 23 のようになりますね。

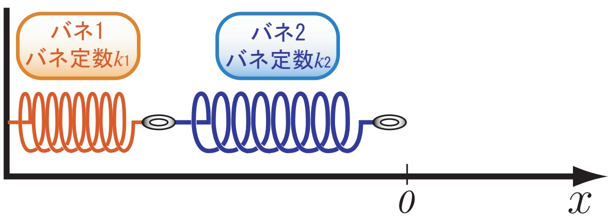

図 23: 2 本のバネを直列接続

これを

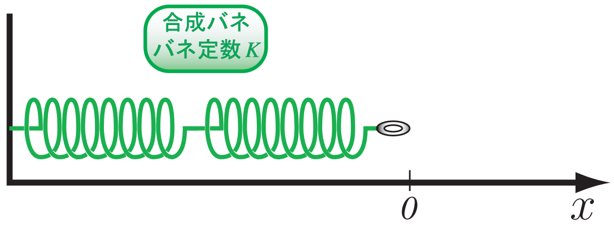

図 24: 2 本のバネを合成したと考える

のように一つのバネとして考えてみたいわけです。これを教科書等では公式として、合成バネ定数 K[N/m] は

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \tag{7}$$

と表しますよね（まぁ私としてはこの式 (7) の表記法は嫌いなのですが…)。しかしこれでは何が何やらわからないわけです。どうして？という疑問を持ちながら、「しかしまぁそう覚えろってことね」という妥協点を見つけて覚えている方がほとんどでしょう。ですが、そこで考えてみましょう。どうしてこういう公式になるんだろうと…。

まずはその 2 つが直列接続されたバネを先ほどと同様、少女に力 F[N] で引いてもらいましょう。

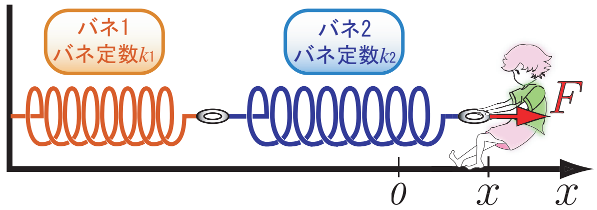

図 25: 2 本のバネを直列にして引く

この状態でバネ 1 とバネ 2 にはどのような力が働いているかわかりますか？もちろん

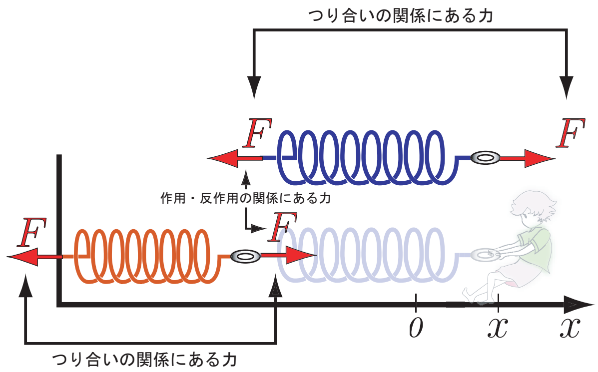

図 26: バネ 1、バネ 2 に働く力

のようになりますね。(力の矢印が重なりますので、青のバネが発揮する力は上部に移動して示してあります。）それぞれのバネには 1 巻きで考えたときと同じようにそれぞれの両端に、バネを伸ばす方向へ F[N] の力が発生します。ということはバネ 1、バネ 2 のバネ中のそれぞれ 1 巻きにおいても同様に力 F[N] が両端にかかりますね。

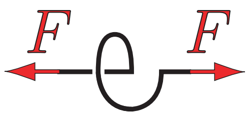

図 27: 1 巻きのバネにかかる力

ですから、結局バネ 1 やバネ 2 が単独で F[N] をかけられたのと同じだけ伸びるわけです。

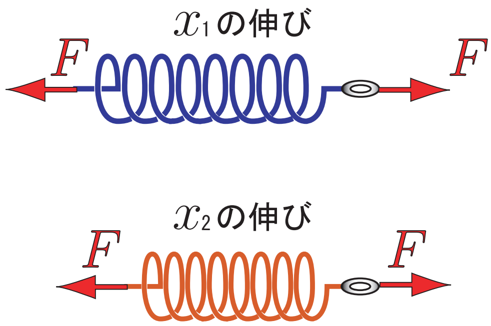

図 28: それぞれのバネの伸び

これを式にしてみましょう。

$$x_1 = \frac{F}{k_1} \tag{8}$$

$$x_2 = \frac{F}{k_2} \tag{9}$$

となります。つまりバネ 1 とバネ 2 の伸びを合わせたトータルの伸び x_{total} は

$$\begin{aligned} x_{total} &= x_1 + x_2 \\ &= \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} \\ &= \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) F \end{aligned} \tag{10}$$

ですね。ここでバネ 1、バネ 2 をもともと 1 本のバネだったと考えて 1 本に図 24 のように合成するんでした。

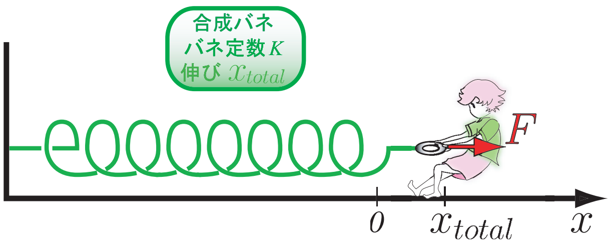

図 29: 直列バネの合成

このときバネの伸び x_{total} は合成バネのバネ定数を K[N/m] として

$$x_{total} = \frac{F}{K} \tag{11}$$

と表されます。この式 (11) は式 (10) と同値ですのでつまり

$$\frac{F}{K} = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) F$$

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \tag{12}$$

となりました。これでバネを直列接続したときは合成バネ定数 K[N/m] が式 (12) のように表されることは納得してもらえたと思います。

しかしこれで終わりではないのです。私は式 (12) の形があまり好きではないのです。なぜなら、確かにきれいな形はしていますが、意味が取り辛いからです。意味が取り辛い式というのはつまりイメージがしにくい・わからない式ということで、したがって丸暗記を強要するという悲しい結果をもたらします。ですから式 (12) を、意味が取り易い形に変形してみましょう！

式 (12) を式変形してみます。

$$K = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} \tag{13}$$

もちろんこの式変形は大丈夫ですよね。ではこの意味を考えてみましょう。この式 (13) は

$$K = \frac{k_1}{k_1 + k_2} \cdot k_2 \tag{14}$$

$$= \frac{k_2}{k_1 + k_2} \cdot k_1 \tag{15}$$

のように変形できます。この式 (14)、(15) において $\frac{k_1}{k_1+k_2}$ や $\frac{k_2}{k_1+k_2}$ はどのような値でしょうか？…そう必ず 1 より小さい値となります。だって $\frac{k_1}{k_1+k_2}$ において、もし $\frac{k_1}{k_1}$ なら 1 ですが分母に正の値である k_2 が 1 つ入って $k_1 + k_2$ となると必ず分子の k_1 よりも大きくなりますから、$\frac{\text{小さいもの}}{\text{大きいもの}}$ だったら絶対に 1 よりも小さくなりますよね。

$$K = \underbrace{\overset{\text{1よりも小さい}}{\boxed{\frac{k_1}{k_1 + k_2}}} \underset{\text{掛けている}}{\cdot} k_2}_{\text{全体で}k_2\text{よりも小さい}}$$

図 30: 式の意味

ということは式 (14) や式 (15) は何を言っているかといいますと、K は k_1 と k_2 のうち、小さい方よりも小さいということを言っているわけです。

つまりバネを直列に接続することによりバネ定数が小さい方よりもさらに小さくなってしまうわけです。しかしこれは何故でしょう？

これは先ほどから図入りで説明している内容をきちんと理解している方であれば、すぐにわかります。まずはバネの伸びが x[m] であったときにバネが発揮する力の解釈から初めてみましょう。

$$F = kx \tag{16}$$

でしたね。この式 (16) をご覧になればわかるように力 F[N] は x[m] に対して k[N/m] で比例しています。例えば力 F[N] を F_1[N] として一定に保ったときのことを考えてみましょう。そうすると次のことが言えます。

- k[N/m] が大きくなれば小さな伸び x[m] で F_1[N] を発揮する。
- k[N/m] が小さいと伸び x[m] が大きくならないと F_1[N] の力を発揮することは出来ない。

つまり言い換えると同じ力 F[N] を加えたときの伸びの違いという観点から、k[N/m] が小さいバネは軟らかいバネで、大きいバネは硬いバネということになります。

同じ力 F[N] を加えたときの振る舞いの違いを図 31 に示します。どちらにも同じ力を加えていることに注意してご覧下さい。

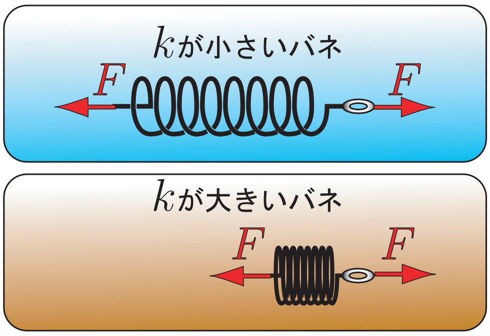

図 31: 同じ力を加えたときの軟らかいバネと硬いバネ

バネ 1 とバネ 2 を直列につないで力 F[N] で伸ばしたとき、そのどちらのバネにも同様に F[N] の力がかかっていました。そしてそのバネ内の各 1 巻きのバネにも同じ力 F[N] がかかっていましたよね。

1 巻き 1 巻きに力 F[N] を加えられてそれぞれが同じだけ（もちろんバネ 1 内とバネ 2 内の 1 巻きは別物ですから伸び量は違いますが）伸びることによりバネ 1 だけ、またはバネ 2 だけのときよりも、より伸びてしまうわけです。

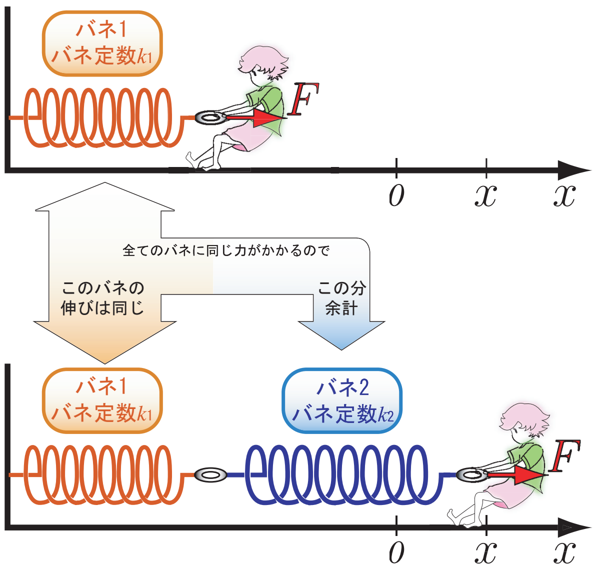

図 32: バネの伸びの比較

したがって、2 つのバネを直列接続するとそのどちらにも同様の力が加わることにより、1 本だけのときよりも伸びが $+\alpha$ されるために、同じ力しか加えなくても軟らかくなった感じがします。当然、計算によってもバネ定数がより小さくなることを確認できるわけです。

つまりこの軟らかくなるという意味合いを出すのに式 (12) の $\frac{1}{K} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$ という表し方は好きではないんです。直感的に掴み辛いですから。ですから私のお薦めは式 (13) の $K = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ の形です。小さい方よりも小さくなる感じがよく出ていて素敵な式です。

2.14.4　バネの並列接続

今度はバネ 1 とバネ 2 を並列接続してみましょう。並列とは横に並べる接続の仕方です。

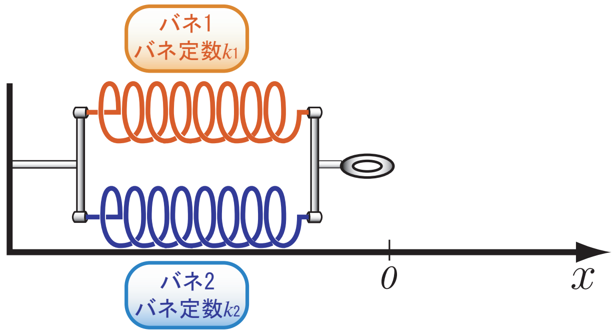

図 33: 並列接続

バネ定数がそれぞれ k_1[N/m] と k_2[N/m] のバネを並列にしています。それぞれの自然長は等しく、図 33 の状態では自然長で、バネには何も力が働いていないものとします。では、この並列に接続したバネを力 F[N] で引いてもらいます。そうすると図 34 のようになります。

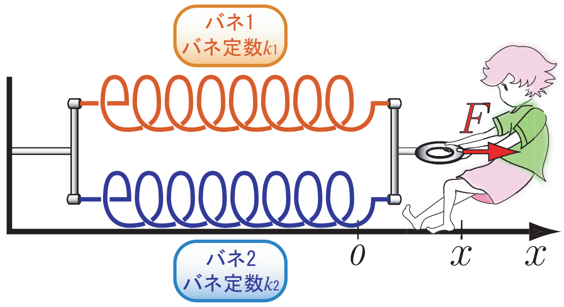

図 34: バネを伸ばす

この状態でバネにはどのような力が生じているのでしょうか？もちろん

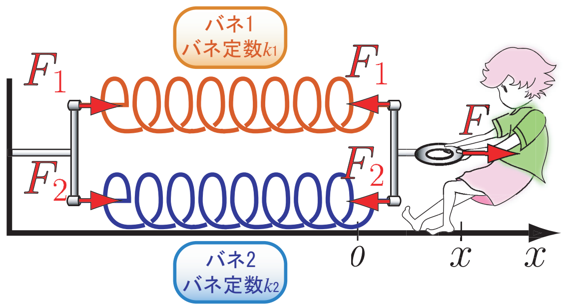

図 35: バネが発揮する力

このようになりますね。力 F_1[N] と F_2[N] を共に F[N] としてはダメですよ。バネ 1 に働く力 F_1[N] とバネ 2 に働く力 F_2[N] は同じものではありません。直列接続のときに同じだったのは、あくまで正しく力のつり合いを考慮した結果に因ります。

今回は並列バネの右側の連結部に働く力のつりあいより

$$F_1 + F_2 = F \tag{17}$$

となります。

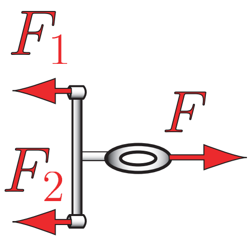

図 36: 連結部に働く力のつり合い

この連結部に働く左右の力がつり合っているため、連結部が静止しているわけですね。では今度はバネの伸びに注目してみましょう。今回バネ 1 もバネ 2 も共に x[m] だけ伸びていることは明らかなのですが、とりあえずそれぞれのバネにかかっている力を個別に出したいので、あえてバネ 1 の伸びを x_1[m]、バネ 2 の伸びを x_2[m] として考えてみます。

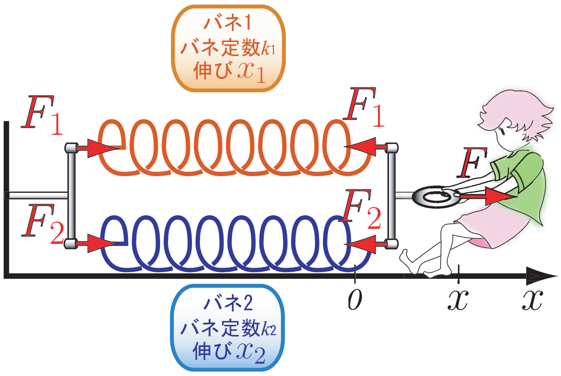

図 37: バネの伸び

そうするとそれぞれのバネが発揮する力 F_1[N]、F_2[N] は

$$F_1 = k_1 x_1 \tag{18}$$

$$F_2 = k_2 x_2 \tag{19}$$

と表されます。あえてそれぞれのバネ伸びを x_1[m]、x_2[m] としたのは、あくまでバネの伸びはそれぞれの伸びで考えるべきだということを念押ししておきたかったからです。そこで式 (17)、(18)、(19) より

$$\begin{aligned} F &= F_1 + F_2 \\ &= k_1 x_1 + k_2 x_2 \end{aligned} \tag{20}$$

ここで、当然のことながら並列ですからそれぞれのバネの伸び x_1[m] と x_2[m] は同じになりますね。バネが伸びた長さを x[m] として $x_1 = x_2 = x$ ですから、式 (21) に代入して

$$F = (k_1 + k_2)x \tag{21}$$

と書けます。では、これを図 38 のように 1 本に合成したと考えたときのバネで表してみます。

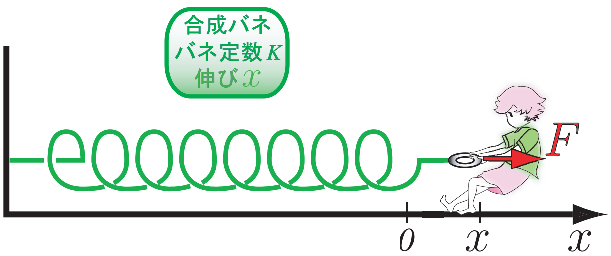

図 38: 並列バネの合成

バネの伸びは x[m] ですから、合成バネ定数を K[N/m] だとすると

$$F = Kx \tag{22}$$

となります。式 (21) と式 (22) は同じものを表していますので、それぞれを見比べて

$$K = k_1 + k_2 \tag{23}$$

となります。つまりバネ定数 k_1[N/m]、k_2[N/m] のバネを並列に接続すると、それを 1 本のバネだとみなして合成したバネ定数 K[N/m] は $k_1 + k_2$[N/m] と書けるということなのです。

さてこの意味を考えてみましょう。力 F[N] で引っ張っても、それぞれのバネには伸び x[m] が等しくなるように力が分配されます（F_1[N] と F_2[N] の合力が F[N] と等しい)。そうすると 1 つ 1 つのバネには F[N] よりも小さい大きさの力しかかかりませんので、どちらも単独で F[N] をかけたときよりも伸びが小さくなります。つまり硬いバネとなるわけです。これが並列接続のイメージです。

少々長くなりましたので、ここら辺でまとめておきましょう。

- バネ 1（バネ定数 k_1[N/m]）とバネ 2（バネ定数 k_2[N/m]）を直列接続すると、1 本のときと同じ力を加えたら 1 本のときよりも伸びる軟らかいバネとなる。それらを 1 本と考えた合成バネのバネ定数 K[N/m] は $K = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$、つまり軟らかい方よりもより軟らかいバネとなる。
- バネ 1（バネ定数 k_1[N/m]）とバネ 2（バネ定数 k_2[N/m]）を並列接続すると、1 本のときと同じ力を加えたら 1 本のときよりも伸びない硬いバネとなる。それらを 1 本と考えた合成バネのバネ定数 K[N/m] は $K = k_1 + k_2$、つまり硬い方よりもより硬いバネとなる。

ということです。このバネに関する詳しい考察は私の知りうる範囲における参考書には書かれていませんでした。しかし、このバネにかかる力を 1 つ 1 つ考察していく過程において、力の発見法やその処理法を詳しく学べると思いまして、あえて詳細に説明してみました。日ごろの疑問が少しでも解消されたならば幸いです。

2.14.5 糸が発する力：張力

バネが発揮する力と同様に、糸が発揮する力も糸に接続したものを引っ張る力（これを張力という）となります。しかしバネと違い、糸は緩んでしまうと、力を発揮することができないので、縮む方向には力を発揮できるものの、伸びる方向には力を全く発揮できないという特徴を持ちます。（もちろん経験的に理解してもらえるものだと思います。）

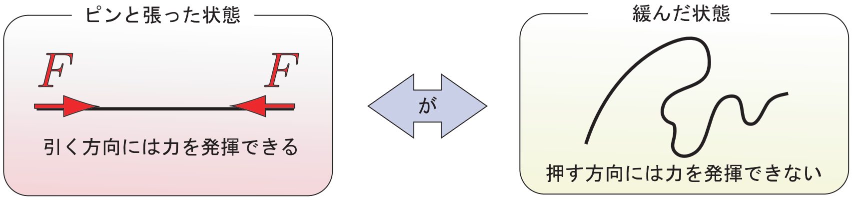

図 39: 糸の状態における力の発揮状況

さて、糸にはどのような力が働くのでしょうか？コレって学校で習ってもいまいちよくわからなかったのではないでしょうか？しかし、この「力の種類」の項の「バネが発揮する力」をきちんと読んで来られた方はきっとそれすらも理解することが出来ます。張力がいまいちよく分からないと思った方は是非、最後まで読んでみてください。

糸に図 40 のように物体を接続し、それを引いてみます。この状態で力がつり合っていて物体が動かない状態を考えてみます。

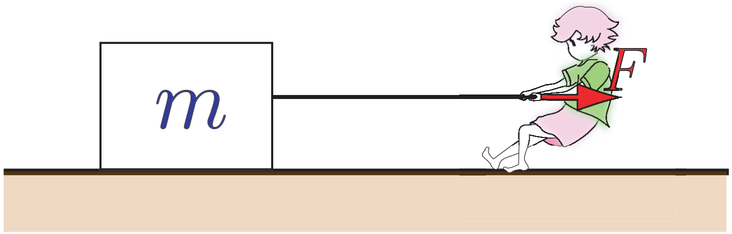

図 40: 糸を引く

このとき糸にはどのような力が働くのでしょうか？まず糸をいくつかに分割して考えてみます。

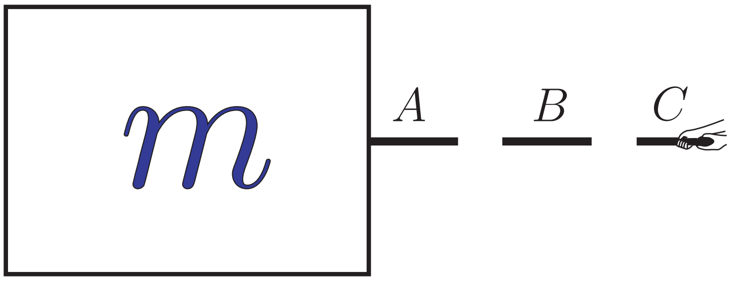

図 41: 糸を分割

少女の手元にある糸 C に注目しましょう！

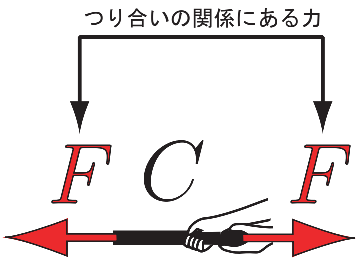

図 42: 手元の糸

この糸が静止しているということは糸に働く力がつり合っているということですね。右において手が接触していますので、この糸 C には右方向へ力 F[N] で引かれます。ですから静止するためには図 42 のように左端に、左方向へ同じ大きさの力 F[N] が発生していなくてはなりません。

このCの左端に働く力 F[N] は何によってもたらされたものなのでしょうか？当然お気づきですよね？糸 B に因ります。もちろん作用・反作用の関係にある力です。

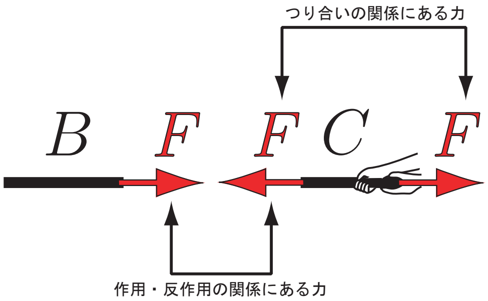

図 43: 糸 B に働く力

ではその作用・反作用の力を描いてみました。これは不自然ということを感じるでしょうか？糸 B において力がつり合っていません。つまりこのままだと糸 B は右方向へ加速度運動することになってしまいます。しかし実際糸 B は静止しているのです。ですから

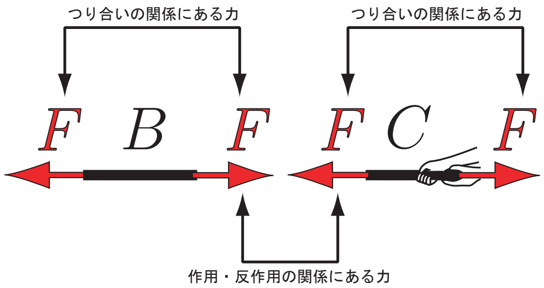

図 44: 糸 B に働く力 2

図 44 のように糸 B の左端に力 F[N] が必要となります。この F[N] が何によってもたらされたものなのかはもうお分かりですね。

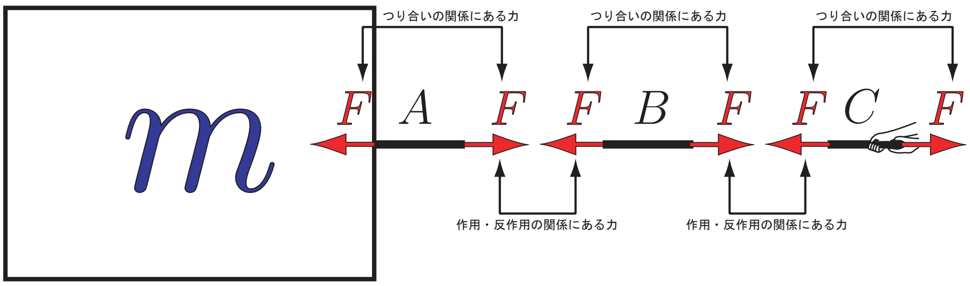

図 45: 糸 A に働く力

図 45 のように糸 A の両端に力 F[N] が働いています。糸 A の左端における左向きに引く力 F[N] は物体 m が糸 A を引く力です。今回バネの 1 巻きと同じような意味合いで糸を適当に分割してみましたが、この分割は本来、糸のどの部分で分割してもいいはずです。ということは糸のどの部分にも同じように左右に力 F[N] が働いていることとなります。それをつなぎ合わせると

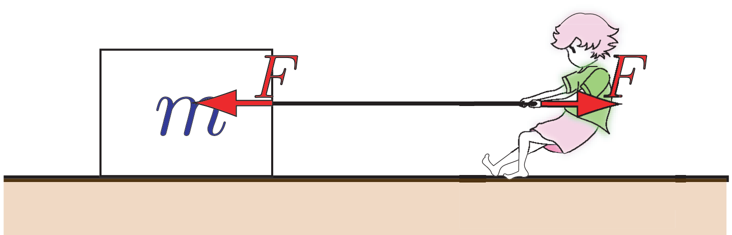

図 46: 糸に働く力

糸に働く力は図 46 のようになるわけです。つまり右端に少女が右方向へ力 F[N] を発揮します。そうすると糸の各部分が左右に同じ大きさの力（作用・反作用の関係にある力）F[N] を伝達して、一番左端の糸の部分まで行くわけです。この部分は物体 m に結び付けられています。ですから糸はこの物体 m に力 F[N] で左方向へ引かれるわけです。糸に働く両端の力がつり合っているからこそ、糸は静止しているわけです。

では糸に働く力はわかりました。では糸が発揮する力…つまり他の物体から見える「糸による力（張力）」はどのように見えるでしょうか？

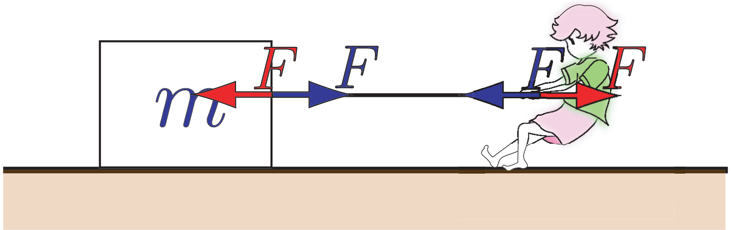

図 47: 糸が発揮する力（張力）

糸から見える力を赤い F で、糸が発揮している「他物体から見える糸が引く力（張力）」を青い F で示しています。当然これらはそれぞれ作用・反作用の関係にあります。

糸と少女の間にある力の関係をもう一度だけ復習してみます。

少女に注目すると、少女自身が出している力 F[N] は少女自身には見えませんが、少女には糸が逆方向へ張力 F[N] を出して自分が動くのを邪魔しているのを感じています。それは少女が出している力 F[N] によって発生した作用・反作用の力です。

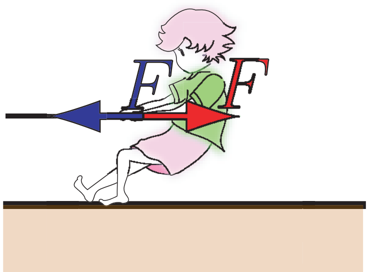

図 48: 少女が感じる糸の張力

また、物体 m から見ると、当然物体 m 自身が出している左向きの力 F[N] は物体自身には見えませんが、糸が出している右方向の張力 F[N] は物体に見えます。物体はこの張力 F[N] で右方向へ引かれているのを感じています。

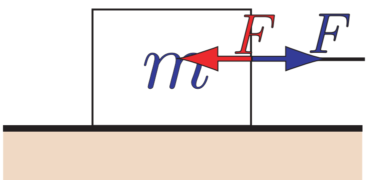

図 49: 物体が感じる糸の張力

この物体が感じている青い右方向の張力 F[N] は、もうお分かりだとは思いますが、つまり少女が出している力 F[N] によって発生しているわけです。したがって、糸はただ力を伝達する「媒介」の役目を果たしているだけで、糸自身が能動的に力を発揮しているわけではありません。

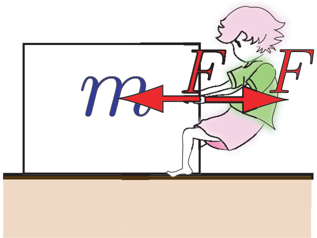

図 50: 物体を直接引く

直接物体 m を力 F[N] で引くのも、糸を媒介として力 F[N] で引くのも同じことなのです。

普段糸に注目して問題を解くことはありません。なぜなら糸は理想的な扱いを受けて質量を持ってないと考えられますし、注目物体をその他に設定されてしまうからです。では物体 m に注目する場合を考えてみましょう。

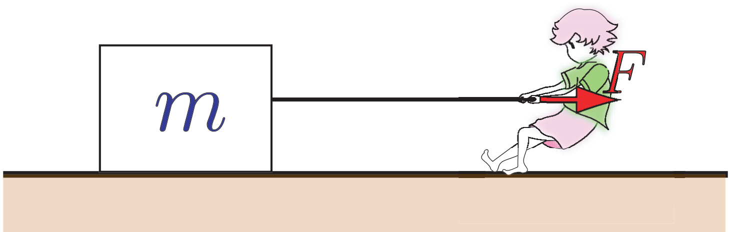

図 51: ある状態

ここに書き込むべき力は図 52 に示してある張力 T[N] と、少女が引く力 F[N] になります。（もちろん垂直抗力と重力も働いていますが、今回は割愛します。）

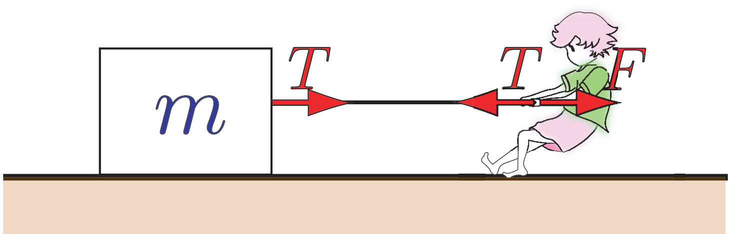

図 52: 物体に働く力を解く際に必要な力の図示

このように物体 m に働く力を求めるためには、まず物体が接触している力を書かなくてはなりません。それが糸の左端より生じる右向きの力：張力 T[N] になります。この糸の張力を書いた瞬間に糸の右端にも、糸が力を生じる原因となった力（少女が引く力）とさらに作用・反作用の関係にある張力 T[N] を左向きに書かなくてはなりません。

糸の右端を見れば、作用・反作用の関係から、その張力の大きさは当然少女が引く力 F[N] と等しいことが分かるわけです。ですから

$$T = F \tag{24}$$

となって、物体 m を引く張力 T[N] はつまり少女が糸を引く力 F[N] であることがわかるわけです。

2.14.6　滑車に巻きつけられた糸

糸が滑車に巻きつけられると少々様子が違ってきます。これも張力を難しく感じさせる 1 つの要因となってしまっていますね。ではここでそのイメージを獲得して、今後はスラスラ解けるようにしてしまいましょう！

滑車を使った図を次のようにします。

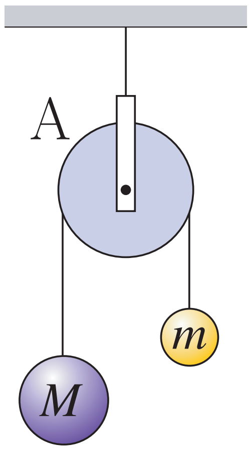

図 53: 滑車にかけられた物体

滑車 A と糸がどのように接触しているかを示すため、図 53 の滑車を透明にして内側を見てみます。

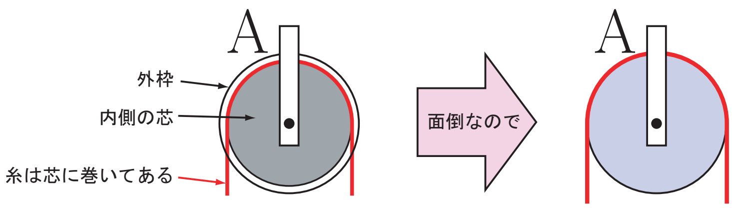

図 54: 滑車の内側

図 54 のように滑車の内側には内芯があって、そこに糸が巻きつけられています。糸はその内芯上を滑るわけです。そして外枠は糸が飛び出さないためのガードをしているだけなのです。しかし、毎回図を描くときにそういうことを考えて描いてては面倒ですよね。ですから、普段は芯と外枠の差は無視できるほど小さいとして、図 54 の右の図のように外枠に糸をかけたように描きます。

ここでも図 54 の右図のように考えて話を進めていきます。ではまず滑車にかけられた糸に働く力を考えるために、糸を細かく分割していきます。

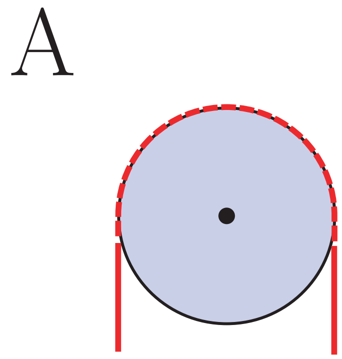

図 55: 糸を分割

糸を細かく分割しました。さてここでこの糸の 1 つのブロックとその隣り合うブロックには今まで考えてきたように、お互いに作用反作用の力が働きます。しかし、今回は滑車と接触しているため、各ブロックには滑車から垂直抗力も生じてしまいます。それを図 56 に示します。（以後 N_1 が働いているブロックをブロック 1、N_2 が働いているブロックをブロック 2…と呼ぶようにします。）

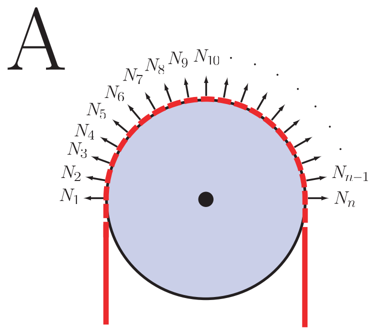

図 56: 糸に働く滑車からの垂直抗力

今回面倒なのはこの垂直抗力も含めた力のつり合いを考えなくてはならないところです。（力がつり合っている状態しか考えないのは、もし糸に質量が極わずかにあるとして、加速度運動をすると考えた場合は少々面倒なことになりますし、高校物理の範囲においては糸における質量を考慮する必要ありません。ですからもし加速度運動するとしたら、糸に質量が無いために、極限に小さな力の差でどのような加速度も表現できるものとします。しかし今回は力がつり合っていて静止しているという条件のもとでお話を考えたいと思います。）

ではまず N_1[N] が働いている糸のブロック 1 における力のつり合いを示してみましょう。

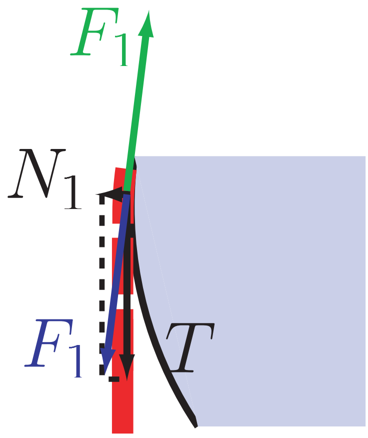

図 57: ブロック 1 における力のつり合い

ブロック 1 では、隣接する下の糸のブロックから張力 T[N] で下向きに引かれます。この張力 T[N] は、今まで勉強してきた直線状に伸びた糸の各点に働いている作用・反作用の力の片割れです。今までは糸の両端

にしか力が働いていませんでしたので、もう一方の端に逆向きに T[N] が働いていてそれで、力がつり合っていました。

しかし、今回は違います。垂直抗力 N_1[N] があるからですね。ですから図 57 のようにまずは N_1[N] と T[N] の合力 F_1[N] を求めます。ブロック 1 は当然動いていませんから、つまりこの合力 F_1[N] と等しい力で逆方向に作用している力があるということになります。 それが上隣のブロック 2 から発せられる F_1[N]（緑色）になります。

当然上隣のブロック 2 に働く左下向きの F_1[N] はブロック 1 の緑色の F_1[N] の力と作用・反作用の関係にあるわけです。また、ブロック 1 において N_1[N] と T[N] の合力 F_1[N] が真下を向いていないために、次のブロック 2 はわずかに右斜め上からブロック 1 を引かなくてはなりません。それが糸がわずかにカーブしていく原因です。

ではこの N_2[N] が働いているブロック 2 における力のつり合いを考えてみましょう。

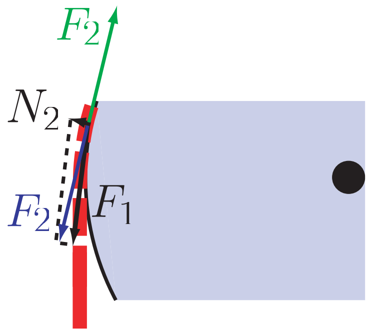

図 58: 隣り合う糸の状態

下のブロック 1 から F_1[N] の力で左斜め下に引かれます。当然滑車から垂直方向へ N_2[N] の垂直抗力が働きますので、それらの合力 F_2[N] が左下向きに発生します。もちろんこのブロック 2 も（以降全てのブロックが）静止していますから、力がつり合っているわけですね。そこで F_2[N] と同じ大きさで逆方向の力 F_2[N] が上方向へ発生するわけです。この力を出しているのは当然 N_3[N] を有するブロック 3 です。（以降もこのようにつながっていきます。）

段々と糸同士に発生する力 F_m（$m = 1, 2, \cdots$）が曲がっていってますね。従って糸はブロックのナンバー m が進む毎に滑車の接線方向へ曲がっていきます。

さてこのとき糸には静的な外力（垂直抗力 N 群）しか働いていません。このような場合には糸に働く全ての力はつり合った状態となります。静的な外力の例としては、地面に立っているときの地面からの垂直抗力などもそうでしょう。立っていると垂直抗力 N[N] はかかりますが、それは外力（重力）mg[N] によって受動的に生じさせられた受身的な力ですから、そのトータルで力がつり合って物体は動きません。今回の糸に働く垂直抗力もそういう静的な外力ですからトータルで力がつり合うのです。

では糸に働くトータルな力を求めてみましょう。

$$\begin{aligned}(T + N_1 + F_1) + (-F_1 + N_2 + F_2) + (-F_2 + N_3 + F_3) +& \\ \cdots + (-F_{n-1} + N_{n-1} + F_n) + (-F_n + N_n + T) = 0 &\qquad (25)\end{aligned}$$

式 (25) のようになることは分かるでしょうか？例えば $(T+N_1+F_1)+(-F_1+N_2+F_2)$ の部分ですが、最初の括弧内の F_1[N] はブロック 1 がブロック 2 から引かれる力で、次の括弧内の $-F_1$[N] はブロック 2 がブロック 1 から引かれる力を表しています。それらの力がお互いが作用・反作用の関係にあり、当然力 F はベクトル量ですから、ブロック 1 の力 F_1[N] が正で表されたら、ブロック 2 に生じる反作用の力 F_1[N] は負である $-F_1$[N] で表さなくてはなりません。

その結果 $(T+N_1+F_1)+(-F_1+N_2+F_2)$ で表される F_1 と $-F_1$ の部分は

$$(T+N_1+\cancel{F_1})+(-\cancel{F_1}+N_2+F_2) \tag{26}$$

となり、相殺されてしまいます。では、このように相殺される部分をちゃんと消すと式 (25) は

$$T+N_1+N_2+N_3+\cdots+N_{n-1}+N_n+T=0 \tag{27}$$

となります。これらの値は全てベクトル量ですから気をつけてください。大きさと方向を有します。（もしかしたら高校生の皆さんに分かりやすいように N_1 や T の上にベクトルを表す矢印「→」を付けて $\overrightarrow{N_1}$ や $\overrightarrow{T}$ と表した方が良かったでしょうか？…まぁ散々ベクトル量だよ！って言ってきたので大丈夫かなぁと思ったのですが…。）

糸に働く力は分かりました。式（27）の式を満たす状態で T や N が働いているわけですね。では逆に糸によって滑車に働く力はどのように表されるのでしょうか？

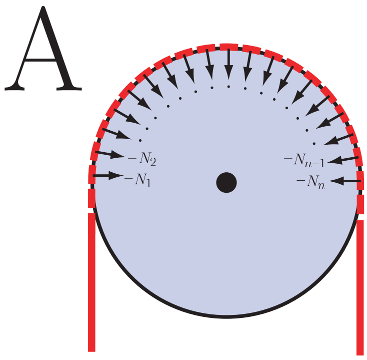

図 59: 滑車に働く垂直抗力

もちろんこのように糸との作用・反作用の関係にある垂直抗力が内側向きにかかります。方向が糸にかかる垂直抗力と全て逆方向ですから、糸にかかる垂直抗力と同じ文字を用いると、その全てに「−」をかけたもの（つまり方向を逆向きにしたもの）が滑車にかかります。この全ての垂直抗力の和 $\sum_i(-N_i)$ はどのように表されるのでしょうか？式 (27) から

$$-(N_1+N_2+N_3+\cdots+N_{n-1}+N_n)=2T \tag{28}$$

となりますから

$$\begin{aligned}\sum_{i=1}^{n}(-N_i) &= -(N_1+N_2+N_3+\cdots+N_{n-1}+N_n)\\ &= 2T\end{aligned} \tag{29}$$

ですね。もちろん T はベクトル量ですから方向もバッチリ有効です。つまり滑車に働く力は下向きに $2T$[N] だということです。これは滑車にかかっている糸が加速度運動をしているときにも成立します。

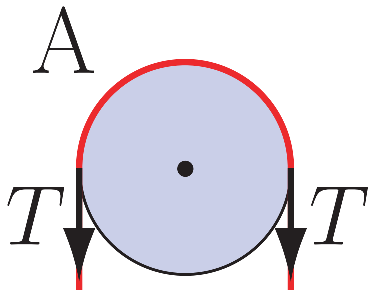

図 60: 滑車に働く糸による力

ただしもちろんこのままでは滑車は下方向へ落ちてしまいます。なぜなら、力が下方向にしか働いていないからですね。そこで、滑車を支えるための留め具も描いてそこに働く力を考えると

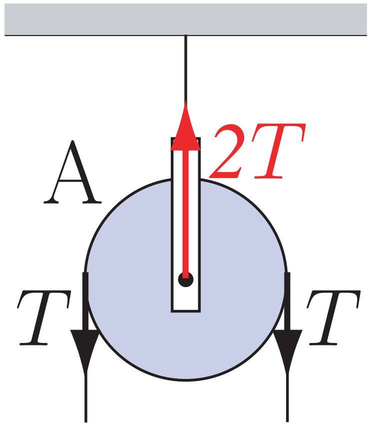

図 61: 滑車に働く全ての力

図 61 のようになります。これで力がつり合って滑車は静止してますね。高校物理においては滑車の質量は無視出来るとする場合がほとんどです。ですから滑車に働く重力は無視出来るとして図示していません。

では最後に全体にどのような力が働いているのか描いてみましょう。物体 m と M に働く力と滑車に働く力を図示しています。糸に働く力は表示してありません。

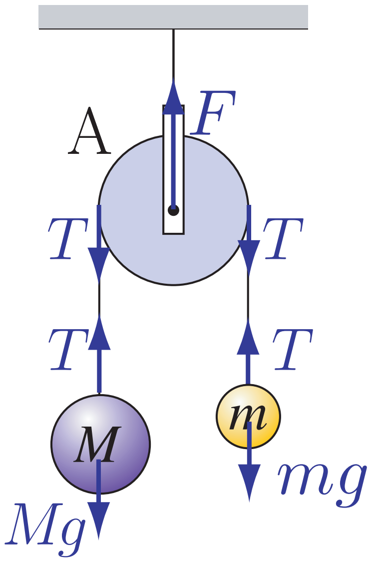

図 62: 全体に働いている力

滑車についての力のつり合いより

$$F = 2T \tag{30}$$

物体 M についての力のつり合いより

$$T = Mg \tag{31}$$

さらに物体 m についての力のつり合いより

$$T = mg \tag{32}$$

となります。最初からもうここまで読んでこられた皆さんはもちろんこの力のつり合いは自分で書けますよね。